Analysis III/SS 2006
Ghazaleh Arghanoun
Martin Schmidt

Übungsblatt 1

1. Seien $(X, d_X), (Y, d_Y)$ metrische Räume, und sei $f : X \longrightarrow Y$ eine Abbildung. Zeige, dass f genau dann stetig ist, wenn es zu jedem $x \in X$ und jedem $\epsilon > 0$ ein $\delta > 0$ gibt, so dass für alle $x' \in X$ mit $d_X(x, x') < \delta$ gilt $d_Y(f(x), f(x')) < \epsilon$.

2. Zeige, dass die Teilmenge $A \subset \mathbb{R}^2$ definiert durch $A = \{\ (x, y) \in \mathbb{R}^2 \ \mid x \neq 0 \wedge y = \sin(\frac{1}{x})\}$ eine differenzierbare Mannigfaltigkeit der Dimension 1 ist.

3. Sei M eine differenzierbare Mannigfaltigkeit der Dimension $n \in \mathbb{N}$ mit dem gesättigten Atlas $\mathcal{A}$, und sei $0 < r \leq \infty$ gegeben. Zeige, dass es zu jedem Punkt $p \in M$ eine Karte $\phi \in \mathcal{A}$ mit einem Definitionsbereich $U \subset M$ gibt, so dass $\phi(p) = 0$ und $\phi(U) = B(0, r)$, wobei $B(0, r) = \{x \in \mathbb{R}^n \mid ||x|| < r\}$, und $||.||$ die Standardmetrik auf $\mathbb{R}^n$ darstellt.

4. Gebe einen Homöomorphismus von $\mathbb{R}$ nach $\mathbb{R}$ an, der die natürliche differenzierbare Struktur von $\mathbb{R}$ auf eine nicht verträgliche differenzierbare Struktur von $\mathbb{R}$ abbildet.

Abgabe am Mittwoch, den 3. Mai in der Übung!