Übungsblatt 7

Analysis III/SS 2006
Ghazaleh Arghanoun
Martin Schmidt

1. Sei (V, M, π) ein Vektorraumbündel über einer differenzierbaren Mannigfaltigkeit M und Sei s ein glatter Schnitt. Zeige, dass $s[M]$ eine Untermannigfaltigkeit von V ist.

2. Sei (V, B, π) ein Vektorraumbündel vom Fasertyp F der Dimension k ($dim\ F = k$). Ein Unterbündel von V vom Fasertyp F' der Dimension k' ist eine differenzierbare Untermannigfaltigkeit V' von V, so dass $\pi\ |_{V'}: V' \longrightarrow B$ ein Vektorraumbündel vom Fasertyp F' ist. Seien nun (E, B, π) und (E', B, π') zwei Vektorraumbündel. Zeige, dass E und E' Unterbündel vom Vektorraumbündel $E \oplus E'$ sind.

3. Sei (E, B, π) ein Vektorraumbündel über der differenzierbaren Mannigfaltigkeit B vom Fasertyp F. Sei $\mathcal{U}$ eine Überdeckung von B, so dass für alle $U, V \in \mathcal{U}$ das Vektorraumbündel $\pi^{-1}[U]$ über U trivialisierbar ist, und $\Phi_{U,V} : U \cap V \longrightarrow GL(F)$ mit $\Phi_{U,V}(x) = g_{UV}(x) \in GL(F)$ die Kozykel für (E, B, π) sind.

   (a) Zeige, dass das duale Bündel E' durch $\Psi_{U,V} : U \cap V \longrightarrow GL(F)$ mit $\Psi_{U,V}(x) = ((g_{UV}(x))^t)^{-1} \in GL(F)$ induziert wird, wobei $(g_{UV}(x))^t$ die Transponierte der Matrix $g_{UV}(x)$ darstellt.

   (b) Was sind die Kozykel für das duale Bündel E', wenn (E, B, π) ein Linienbündel ist? (Linienbündel: Der Raum F hat Dimension 1.)

Abgabe am Mittwoch, den 14. Juni in der Übung!