Übungsblatt 3

Analysis III/SS 2006
Ghazaleh Arghanoun
Martin Schmidt

1. Ein topologischer Raum X heisst ein Bairescher Raum, wenn jede abzählbare Vereinigung nirgends dichter abgeschlossener Teilmengen von X nirgends dicht ist. Zeige, dass jeder Hausdorffsche lokal kompakte topologische Raum ein Bairescher Raum ist.

2. Seien $P_1, \cdots, P_k$ Punkte in $\mathbb{R}^n$, $k, n \in \mathbb{N}$. Zeige, dass eine nicht-konstante glatte Abbildung $f : \mathbb{R}^n \longrightarrow \mathbb{R}$ existiert, die in Punkten $P_1, \cdots, P_k$ Nullstellen hat und außerhalb einer offenen Teilmenge $U \subset \mathbb{R}^n$ verschwindet.

3. Sei K eine kompakte Teilmenge einer differenzierbaren Mannigfaltigkeit M und sei U eine offene Teilmenge von M mit $K \subset U$. Zeige, dass es eine Funktion $f : M \longrightarrow \mathbb{R}$ gibt mit den Eigenschaften $supp(f) \subset U$ und $f|_K = 1$.

Abgabe am Mittwoch, den 17. Mai in der Übung!