Übungsblatt 9

Topologie
WS 05/06
Ghazaleh Arghanoun

1. Eine Teilmenge A eines topologischen Raums X heißt eine G_δ-Menge, wenn $A = \bigcap_{n\in\mathbb{N}} U_n$, wobei jedes U_n, $n \in \mathbb{N}$, eine offene Teilmenge in X ist.

   Sei X ein normaler Raum und seien A und B disjunkte abgeschlossene Teilmengen von X. Zeige, dass A genau dann eine G_δ-Menge in X ist, wenn es eine stetige Abbildung $f : X \longrightarrow [0,1]$ gibt, so dass $f(B) = \{1\}$ und $f^{-1}(\{0\}) = A$.

2. Sei X ein Hausdorffscher Raum und sei $Y \subset X$ ein Teilraum von X mit der Eigenschaft, dass es eine stetige Abbildung $r : X \longrightarrow Y$ gibt, so dass $r(y) = y$ für jedes $y \in Y$. Zeige, dass Y eine abgeschlossene Teilmenge von X ist.

3. Der topologische Raum X heißt lokal metrisierbar, wenn jeder seiner Punkte eine Umgebung hat, die als Teilraum von X metrisierbar ist. Zeige:

   (a) Jeder Hausdorffsche, kompakte, lokal metrisierbare Raum ist metrisierbar.

   (b) Jeder reguläre, Lindelöfsche, lokal metrisierbare Raum ist metrisierbar.