Übungsblatt 1

Topologie
WS 05/06
Ghazaleh Arghanoun

1. Sei (X, T) ein topologischer Raum. Seien A, B, A_n für $n \in \mathbb{N}$ beliebige Teilmengen von X. Zeige:

   (a) $A \subset B \Rightarrow (A^\circ \subset B^\circ \wedge \bar{A} \subset \bar{B})$. (2P)

   (b) $A^\circ \cup B^\circ \subset (A \cup B)^\circ$. (1P)

   (c) $\bigcup_{n\in\mathbb{N}} A_n^\circ \subset (\bigcup_{n\in\mathbb{N}} A_n)^\circ$. (2P)

   (d) $(\bigcap_{n\in\mathbb{N}} A_n)^\circ \subset \bigcap_{n\in\mathbb{N}} A_n^\circ$. (2P)

   (e) $\overline{(A \cap B)} \subset \bar{A} \cap \bar{B}$. (1P)

   (f) $\bigcup_{n\in\mathbb{N}} \bar{A}_n \subset \overline{(\bigcup_{n\in\mathbb{N}} A_n)}$. (2P)

   (g) $\overline{(\bigcap_{n\in\mathbb{N}} A_n)} \subset \bigcap_{n\in\mathbb{N}} \bar{A}_n$. (2P)

2. Sei (X, T) ein topologischer Raum. Sei $D \subset X$ eine beliebige Teilmenge. Zeige, dass folgende Aussagen equivalent sind:

   (a) $\bar{D} = X$.

   (b) Jede offene Menge in X enthält einen Punkt von D.

   (c) Die Menge aller äußeren Punkte von D ist leer.

   (3P)

3. Sei $\{T_n\}_{n\in\mathbb{R}}$ eine Familie von Topologien auf der Menge $X \neq \emptyset$.

   (a) Zeige, dass $\bigcap_{n\in\mathbb{N}} T_n$ eine Topologie auf X ist. (3P)

   (b) Ist $\bigcup_{n\in\mathbb{N}} T_n$ eine Topologie auf X? (Beweise oder bringe ein Gegenbeispiel!) (2P)

Abgabe am Donnerstag, den 27. Oktober in der Übung!