Übungsblatt 12

Topologie
WS 05/06
Ghazaleh Arghanoun

1. Sei X eine konvexe Teilmenge von $\mathbb{R}^n$ und seien $f : [0,1] \longrightarrow X$ und $g : [0,1] \longrightarrow X$ zwei Wege in X, die dieselben Endpunkte haben. Beweise, dass f und g homotop sind.

2. Seien X, Y topologische Räume. Definiere $[X, Y]$ als die Menge aller Homotopieklassen stetiger Abbildungen von X in Y. Sei I das Intervall $[0, 1]$.

   (a) Zeige, dass die Menge $[X, I]$ nur ein Element hat.

   (b) Sei Y ein wegzusammenhängender Raum. Zeige, dass die Menge $[I, Y]$ nur ein Element hat.

3. Ein topologischer Raum X heißt zusammenziehbar, wenn die Identitätsabbildung $i_X : X \longrightarrow X$ (definiert durch $i_X(x) = x$) homotop zu einer konstanten Abbildung von X in X ist.

   (a) Zeige, dass $\mathbb{R}$ und $I := [0, 1]$ zusammenziehbar sind.

   (b) Zeige, dass jeder zusammenziehbare Raum wegzusammenhängend ist.

   (c) Sei Y ein zusammenziehbarer Raum. Zeige, dass für jeden topologischen Raum X die Menge $[X, Y]$ nur ein Element hat.

   (d) Seien X und Y topologische Räume, so dass X zusammenziehbar und Y wegzusammenhängend ist. Zeige, dass $[X, Y]$ nur ein Element hat.