2.Übung

Kurven und Flächen
WS 2005/2006
Martin Kilian

1. Sei $\alpha : I \to \mathbb{R}^n$ eine Kurve.

(i) Zeige dass $\alpha'(t) = \alpha_*(1_t)$.

(ii) Sei $F : \mathbb{R}^n \to \mathbb{R}^m$ differenzierbar und setze $\beta = F \circ \alpha$. Zeige dass für alle $t \in I$ gilt:

$$\beta'(t) = F_* \, \alpha'(t).$$

(Die Tangentialabbildung schickt also Geschwindigkeitsvektoren auf Geschwindigkeitsvektoren.)

2. Seien β_1 und β_2 zwei Umparametrisierungen nach Bogenlänge einer Kurve α. Zeige, dass dann eine Zahl $s_0 \in \mathbb{R}$ existiert, sodass $\beta_2(s) = \beta_1(s + s_0)$ für alle s gilt.

3. Sei $\alpha(t) = (\cosh(t), \sinh(t), t)$. Finde eine Bogenlängeparametrisierung von α.

4. Berrechne die Länge des Kurvenstückes von $\alpha(0)$ bis $\alpha(\pi)$, wobei

$$\alpha(t) = (3\cosh(2t), 3\sinh(2t), 6t).$$

5. Sei $\alpha(t) = (t, \frac{1}{2}t^2, \frac{1}{3}t^3)$.

(i) Berrechne Geschwindigkeitsvektor, Geschwindigkeit und Beschleunigungsvektor von α.

(ii) Berrechne die Krümmung, sowie den Frenet-Rahmen von α.

Bitte reichen Sie Ihre Lösung am Dienstag, den 08.11.05 in der Übung ein. Die Übung am 01.11 fällt wegen Allerheiligen aus.