Übungsblatt 7

Analysis II/SS 2005
Ghazaleh Arghanoun
Martin Schmidt

1. Berechne die Jacobi-Matrix der Abbildung $f : \mathbb{R}^3 \longrightarrow \mathbb{R}^3$, $f(r, \theta, \phi) = (r \sin\theta \cos\phi, r \sin\theta \sin\phi, r \cos\theta)$. (2P)

2. Bestimme die lokalen Maxima der Funktion $g : \mathbb{R}^2 \longrightarrow \mathbb{R}$, $g(x, y) = \sin x \sin y$. (2P)

3. Bestimme das Taylorsche Polynom der Abbildung $f : (\mathbb{R}_+ \setminus \{0\}) \times (\mathbb{R}_+ \setminus \{0\}) \longrightarrow \mathbb{R}$, $f(x, y) = \frac{x-y}{x+y}$ im Punkt $(1, 1)$ bis einschließlich den Gliedern 2. Ordnung. (3P)

4. Define $f : \mathbb{R}^2 \longrightarrow \mathbb{R}$ by $f(x, 0) = 0$ and $f(x, y) = (1 - \cos \frac{x^2}{y})\sqrt{x^2 + y^2}$, for $y \neq 0$.

   (a) Show that f is continuous at $(0, 0)$. (1P)

   (b) Calculate all directional derivatives of f at $(0, 0)$. (2P)

   (c) Show that f is not differentiable at $(0, 0)$. (2P)

5. Sei die Menge $M \subset \mathbb{R}^2$ definiert durch $M = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 | \ x = y$ und $x \neq 0\}$. Weiter sei die Abbildung $f : \mathbb{R}^2 \longrightarrow \mathbb{R}$ gegeben durch

$$f(x, y) = \begin{cases} e^x - 1, & \text{wenn } (x, y) \in M, \\ 0, & \text{wenn } (x, y) \notin M. \end{cases}$$

   Zeige:

   (a) f ist in $(x, y) \in \mathbb{R}^2$ genau dann partiell differenzierbar, wenn $(x, y) \notin M$. (2P)

   (b) Die Richtungsableitung von f in $(0, 0)$ existiert für jedes $v \in \mathbb{R}^2$ mit $||v|| = 1$. (2P)

6. Sei $f : \mathbb{R}^n \longrightarrow \mathbb{R}^n$ eine differenzierbare Abbildung. Existiert eine differenzierbare Abbildung $g : \mathbb{R}^n \longrightarrow \mathbb{R}$ mit den Eigenschaften:

   (a) g hat keine kritischen Punkte,

   (b) $(g \circ f)(x) = 0, \forall x \in \mathbb{R}^n$,

   dann ist die Determinante der Jacobi-Matrix von f identisch Null. (2ZP)

Abgabe bis zum Freitag, den 3. Juni um 10:00 in A5!