Übungsblatt 6

Analysis II/SS 2005
Ghazaleh Arghanoun
Martin Schmidt

1. Untersuche, an welchen Stellen die folgenden Abbildungen partiell differenzierbar sind und berechne dort ihre partiellen Ableitungen $\frac{\partial f}{\partial x}$ und $\frac{\partial f}{\partial y}$:

   (a) $f(x,y) = x^2y^3 - 2y$. (1P)

   (b) $f(x,y) = y\sqrt{x^2+y^2}$. (2P)

   (c) $f(x,y) = x^2\ln(x^2+y^2)$. (2P)

   (d) $f(x,y) = x^y$. (2P)

2. Seien $\frac{\partial}{\partial x}(\frac{\partial f}{\partial x}) = \frac{\partial^2 f}{\partial x^2}$ und $\frac{\partial}{\partial y}(\frac{\partial f}{\partial y}) = \frac{\partial^2 f}{\partial y^2}$. Welche der folgenden Abbildungen erfüllen die Gleichung $\frac{\partial^2 f}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 f}{\partial y^2} = 0$?

   (a) $f : \mathbb{R}^2 \longrightarrow \mathbb{R}$ mit $f(x,y) = e^x \cos y$. (2P)

   (b) $g : \mathbb{R}^2 \longrightarrow \mathbb{R}$ mit $g(x,y) = \exp(x^2-y^2)\sin(2xy)$. (2P)

3. Let $f : \mathbb{R}^2 \longrightarrow \mathbb{R}$ be a function defined by $f(x,y) = xy\frac{x^2-y^2}{x^2+y^2}$ for $(x,y) \neq (0,0)$, and $f(0,0) = 0$.

   (a) Show that f is continuous everywhere. (2P)

   (b) Show that $\frac{\partial f}{\partial x}$, $\frac{\partial f}{\partial y}$, $\frac{\partial}{\partial y}(\frac{\partial f}{\partial x})$ and $\frac{\partial}{\partial x}(\frac{\partial f}{\partial y})$ exist everywhere, but $\frac{\partial}{\partial y}(\frac{\partial f}{\partial x})(0,0) \neq \frac{\partial}{\partial x}(\frac{\partial f}{\partial y})(0,0)$. (3P)

Abgabe bis zum Freitag, den 27. Mai um 10:00 in A5!