Übungsblatt 2

Analysis II/SS 2005
Ghazaleh Arghanoun
Martin Schmidt

1. Sei $f : \mathbb{R} \longrightarrow \mathbb{R}$ definiert durch

$$f(x) = \begin{cases} x, & \text{wenn } x < 0. \\ x^2 + 1, & \text{wenn } 0 \leq x \leq 2. \\ 0, & \text{wenn } x > 2. \end{cases}$$

   (a) Bestimme die Funktion $F(t) = \int_0^t f(x)dx$. (1P)

   (b) Zeichne den Graphen von F. Wo ist F stetig? (2P)

   (c) Wo ist F differenzierbar? Berechne die Ableitung F' im Bereich der Differenzierbarkeit von F. (2P)

2. Bestimme die Stammfunktionen zu folgenden Funktionen:

   (a) $f(x) = x\sin(x/2)$. (1P)

   (b) $f(x) = \frac{1}{x \ln x}$. (1P)

   (c) $f(x) = x^3 \ln x^2$. (2P)

3. Berechne die folgenden bestimmten Integrale:

   (a) $\int_{-1}^{1} |x|dx$. (1P)

   (b) $\int_{-2}^{2} \min\{x, x^2\}dx$. (2P)

   (c) $\int_0^4 f(x)dx$, mit $f(x) = \begin{cases} x^2\sqrt{x}, & \text{für } 0 \leq x < 1, \\ x^2 e^x & \text{für } 1 \leq x \leq 4, \end{cases}$ (2P)

4. (a) Let $f : [0,1] \longrightarrow \mathbb{R}$ be Riemann integrable over $[b,1]$ for all b such that $0 < b \leq 1$. If f is bounded, prove that f is Riemann integrable over $[0,1]$. (2P)

   (b) Let $0 \leq a \leq 1$ be given. Show that there is no nonnegative continuous function f on $[0,1]$ which satisfies the following three conditions:

$$\int_0^1 f(x)dx = 1,$$
$$\int_0^1 xf(x)dx = a,$$
$$\int_0^1 x^2 f(x)dx = a^2.$$

(2 ZP)

Abgabe bis zum Freitag, den 29 April um 10:00 in A5!