Vorname/Nachname:
Matrikelnummer:
Nummer des Tutoriums:

Analysis I/WS 2004/05
Ghazaleh Arghanoun
Martin Schmidt

1. Aufgabe der Scheinklausur Analysis I am 18.12.2004

Es werden die vier Aufgaben mit den meisten Punkten gewertet!

(a) Zeige, dass sich jede komplexe Zahl $z \neq 0$ schreiben läßt als ein Produkt einer positiven reellen Zahl mit einer komplexen Zahl, die den Betrag 1 hat. (1P)

(b) Zeige für alle natürlichen Zahlen n,

$$(\cos x + i \sin x)^n = \cos nx + i \sin nx. \qquad (1P)$$

(c) Seien a, b positive reelle Zahlen. Beweise: $\dfrac{2ab}{a+b} \leq \sqrt{ab} \leq \dfrac{a+b}{2}$. (2P)

Vorname/Nachname: Analysis I/WS 2004/05
Matrikelnummer: Ghazaleh Arghanoun
Nummer des Tutoriums: Martin Schmidt

2. Aufgabe der Scheinklausur Analysis I am 18.12.2004

Es werden die vier Aufgaben mit den meisten Punkten gewertet!

Untersuche die Folge $(a_n)_{n\in\mathbb{N}}$ auf Konvergenz oder Divergenz. Berechne im Fall der Konvergenz den Grenzwert $\lim\limits_{n\to\infty} a_n$:

(a) $a_n = \dfrac{2^{n+1}+3^{n+1}}{2^n+3^n}$. (1P)

(b) $a_n = \left(\dfrac{n-1}{n+1}\right)^n$. Hinweis: $\lim\limits_{n\to\infty}\left(1+\dfrac{1}{n}\right)^n = e$. (2P)

(c) $a_1 = 1$, $a_{n+1} = \dfrac{n}{n+1}a_n^2$. (1P)

Vorname/Nachname:
Matrikelnummer:
Nummer des Tutoriums:

Analysis I/WS 2004/05
Ghazaleh Arghanoun
Martin Schmidt

3. Aufgabe der Scheinklausur Analysis I am 18.12.2004

Es werden die vier Aufgaben mit den meisten Punkten gewertet!

Untersuche die folgenden Reihen auf Konvergenz oder Divergenz.

(a) $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n(n+2)(n+3)}$. (1P)

(b) Das Produkt der Reihe $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n\sqrt{n}}$ mit der Reihe $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n}{2^{n-1}}$. (2P)

(c) $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty} \frac{x^{2n-1}}{2n-1}$ mit $x \in \mathbb{R}$. (1P)

Vorname/Nachname:
Matrikelnummer:
Nummer des Tutoriums:

Analysis I/WS 2004/05
Ghazaleh Arghanoun
Martin Schmidt

4. Aufgabe der Scheinklausur Analysis I am 18.12.2004

Es werden die vier Aufgaben mit den meisten Punkten gewertet!

Seien $a_n, b_n \neq 0$, $\forall n \in \mathbb{N}$ reelle Zahlen mit $\lim_{n\to\infty} |\frac{a_n}{b_n}| = A$. Beweise:

(a) Wenn $A \neq 0, \infty$, dann sind die Reihen $\sum_{n=1}^{\infty} |a_n|$ und $\sum_{n=1}^{\infty} |b_n|$ entweder beide konvergent oder beide divergent. (2P)

(b) Wenn $A = 0$, dann folgt aus der Konvergenz von $\sum_{n=1}^{\infty} |b_n|$ die Konvergenz von $\sum_{n=1}^{\infty} |a_n|$. (1P)

(c) Wenn $A = \infty$, dann folgt aud der Divergenz von $\sum_{n=1}^{\infty} |b_n|$ die Divergenz von $\sum_{n=1}^{\infty} |a_n|$. (1P)

Vorname/Nachname:
Matrikelnummer:
Nummer des Tutoriums:

Analysis I/WS 2004/05
Ghazaleh Arghanoun
Martin Schmidt

5. Aufgabe der Scheinklausur Analysis I am 18.12.2004

Es werden die vier Aufgaben mit den meisten Punkten gewertet!

Sind die folgenden Behauptungen richtig?

(a) Jede Folge im Interval $(-1, 3)$ hat eine Teilfolge, die eine Cauchyfolge ist.

JA☐ NEIN☐

(1P)

(b) Der Abschluß der Menge $\left\{\frac{1}{n} \mid n \in \mathbb{N}\right\}$ ist die Menge $\{0\}$.

JA☐ NEIN☐

(1P)

(c) $x \in \mathbb{R}$ ist genau dann rational, wenn x^2 rational ist.

JA☐ NEIN☐

(1P)

(d) Sei $(a_n)_{n\in\mathbb{N}}$ eine monoton fallende Folge von nicht negativen Zahlen, so dass $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ konvergiert. Dann konvergiert die Folge $(na_n)_{n\in\mathbb{N}}$ gegen Null.

JA☐ NEIN☐

(1P)