Vorname/Nachname:
Matrikelnummer:
Nummer des Tutoriums:

Analysis I/WS 2004/05
Ghazaleh Arghanoun
Martin Schmidt

1. Aufgabe der Vordiplom–Musterklausur Analysis I am 10.3.2005

Es werden alle vier Aufgaben gewertet!

Folgen und Reihen.

(a) Untersuche die Folge $\left(n\left(e^{\frac{1}{n}}-1\right)\right)_{n\in\mathbb{N}}$ auf Konvergenz und bestimme gegebenenfalls den Grenzwert. (3P)

(b) Untersuche die Reihe $\left(\sum(-1)^n\frac{\ln(n}{n}\right)_{n\in\mathbb{N}\setminus\{1,2\}}$ auf Konvergenz. (3P)

(c) Bestimme die Menge aller komplexen $x\in\mathbb{C}$, für die die Reihe $\left(\sum\frac{(2x-5)^n}{n^2}\right)_{n\in\mathbb{N}}$ konvergiert. (4P)

Vorname/Nachname:
Matrikelnummer:
Nummer des Tutoriums:

2. Aufgabe der Vordiplom–Musterklausur Analysis I am 10.3.2005

Es werden alle vier Aufgaben gewertet!

Regel von de L'Hopital. Berechne die folgenden Grenzwerte:

(a) $\lim_{x \to 0} (1 - \cos(x)) \cot(x)$. (3P)

(b) $\lim_{x \to 0} (1 + x^2)^{\frac{1}{x}}$. (4P)

(c) $\lim_{x \to 0} \frac{\ln(\sin(ax))}{\ln(\sin(x))}$ mit $a \in \mathbb{R}$. (3P)

Vorname/Nachname:
Matrikelnummer:
Nummer des Tutoriums:

Analysis I/WS 2004/05
Ghazaleh Arghanoun
Martin Schmidt

3. Aufgabe der Vordiplom–Musterklausur Analysis I am 10.3.2005

Es werden alle vier Aufgaben gewertet!

Kurvendiskussion. Gegeben sei die Funktion $f(x) = (1 + x^2)e^x$.

(a) Bestimme den maximalen Definitionsbereich $X \subset \mathbb{R}$, und gebe für jedes Element davon an, wie oft f dort differenrzierbar ist. (2P)

(b) Bestimme die maximalen Intervalle, auf denen f streng monoton wachsend ist, und auf denen f streng monoton fallend ist. Bestimme alle lokalen Maxima und alle lokalen Minima von f. Gebe zuletzt das Bild $f[X]$ von f an. (5P)

(c) Bestimme die maximalen Intervalle, auf denen f streng konvex ist, und auf denen f strenk konkav ist. (3P)

Vorname/Nachname: Analysis I/WS 2004/05
Matrikelnummer: Ghazaleh Arghanoun
Nummer des Tutoriums: Martin Schmidt

4. Aufgabe der Vordiplom–Musterklausur Analysis I am 10.3.2005

Es werden alle vier Aufgaben gewertet!

Metrische Räume und Stetigkeit.

(a) Gegeben sei die reelle Funktion $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}, \quad x \mapsto f(x) = x^{2n+1} + ax + b$ mit einer natürlichen Zahl $n \in \mathbb{N}$ und zwei reelen Zahlen $a, b \in \mathbb{R}$. Zeige, dass die Ableitung von f höchstens zwei reelle Nullstellen hat. (3P)

(a) Zeige das die Funktion aus Teil (a) höchtens drei reelle Nullstellen hat. Gebe für $n = 1$ eine Wahl von a und b an, so dass f genau zwei reelle Nullstellen hat. (3P)

(c) Zeige, dass die Abbildung $f : [0, 1] \to \mathbb{R}, \quad x \mapsto f(x) = \cos\left(\frac{e^{-x}}{2}\right)$ genau einen Fixpunkt hat, und gebe eine Folge an, die gegen den Fixpunkt konvergiert. (4P)