Vorname/Nachname:
Matrikelnummer:
Nummer des Tutoriums:

Analysis I/WS 2004/05
Ghazaleh Arghanoun
Martin Schmidt

1. Aufgabe der Scheinklausur Analysis I am 12.2.2005

Es werden die vier Aufgaben mit den meisten Punkten gewertet!

Bestimme, für welche reelle Zahlen x folgende Funktionen definiert und für welche sie differenzierbar sind:

(a) $f(x) = |\cos x|$. (1P)

(b) $f(x) = x\sqrt[3]{\frac{x^2}{x^2+1}}$. (2P)

(c) $f(x) = \arctan(\ln \frac{1}{x})$. (1P)

Vorname/Nachname:
Matrikelnummer:
Nummer des Tutoriums:

Analysis I/WS 2004/05
Ghazaleh Arghanoun
Martin Schmidt

2. Aufgabe der Scheinklausur Analysis I am 12.2.2005

Es werden die vier Aufgaben mit den meisten Punkten gewertet!

(a) Sei n eine natürliche Zahl. Beweise, dass die Funktion $f : \mathbb{R}^+ \longrightarrow \mathbb{R}$, $x \longmapsto \frac{n\ln(x)+1}{x^n}$ bei $x = 1$ ihr absolutes Maximum annimmt. (2P)

(b) Bestimme die maximalen Intervalle, wo f konkav bzw. konvex ist. (1P)

(c) Zeige, dass für alle $x \in (-1, \infty)$ gilt: $\ln(1 + x) \leq x$. (1P)

Vorname/Nachname:
Matrikelnummer:
Nummer des Tutoriums:

Analysis I/WS 2004/05
Ghazaleh Arghanoun
Martin Schmidt

3. Aufgabe der Scheinklausur Analysis I am 12.2.2005

Es werden die vier Aufgaben mit den meisten Punkten gewertet!

Gegeben sei die Funktion $f : \mathbb{R} \longrightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = e^{-x^2}$.

(a) Bestimme alle Extremwerte von f'. (2P)

(b) Zeige, dass f Lipschitz–stetig ist mit einer Lipschitzkonstante $L < 1$. (Zur Erinnerung: $\frac{5}{2} < e < 3$.) (1P)

(c) Zeige, dass es nur eine reelle Lösung der Gleichung $xe^{x^2} = 1$ gibt, und gebe eine Folge an, die gegen diese Lösung konvergiert. (1P)

Vorname/Nachname:
Matrikelnummer:
Nummer des Tutoriums:

Analysis I/WS 2004/05
Ghazaleh Arghanoun
Martin Schmidt

4. Aufgabe der Scheinklausur Analysis I am 12.2.2005

Es werden die vier Aufgaben mit den meisten Punkten gewertet!

Im Fall der Existenz berechne die folgenden Grenzwerte:

(a) $\lim\limits_{x\to 0} \frac{\arctan(x)}{\ln(x+1)}$. (1P)

(b) $\lim\limits_{x\to 0} (\cos 2x)^{\frac{3}{x^2}}$. (1P)

(c) $\lim\limits_{x\to 0} \left(\frac{x+1}{x} - \frac{1}{\ln(x+1)}\right)$. (2P)

Vorname/Nachname:
Matrikelnummer:
Nummer des Tutoriums:

Analysis I/WS 2004/05
Ghazaleh Arghanoun
Martin Schmidt

5. Aufgabe der Scheinklausur Analysis I am 12.2.2005

Es werden die vier Aufgaben mit den meisten Punkten gewertet!

Sind die folgenden Behauptungen richtig?

(a) Es gilt $\exp(x^2) = (\exp x)^2$ für alle $x \in \mathbb{R}$.

JA☐ NEIN☐

(1P)

(b) Die Reihe $f(x) = \sum_{k=1}^{\infty} \frac{x^k}{k^2}$ ist gleichmäßig konvergent für alle $x \in [-1, 1]$.

JA☐ NEIN☐

(1P)

(c) Sei f eine reelle Funktion auf einem Intervall. Wenn f streng konvex ist, besitzt f höchstens ein Minimum.

JA☐ NEIN☐

(1P)

(d) Seien (X, d) ein metrischer Raum und $f : X \longrightarrow \mathbb{R}$ und $g : X \longrightarrow \mathbb{R}$ zwei stetige Funktionen. Dann ist die Menge $\{x \in X |\ f(x) = g(x)\}$ eine abgeschlossene Teilmenge von X.

JA☐ NEIN☐

(1P)