Vorname/Nachname:
Matrikelnummer:
Nummer des Tutoriums:

Analysis I/WS 2004/05
Ghazaleh Arghanoun
Martin Schmidt

1. Aufgabe der Vordiplomklausur Analysis I am 24.3.2005

Es werden alle vier Aufgaben gewertet!

(a) Untersuche die Folge $\left(n \arctan\left(\frac{1}{n}\right)\right)_{n\in\mathbb{N}}$ auf Konvergenz und bestimme gegebenenfalls den Grenzwert. (3P)

(b) Untersuche die Reihe $\left(\sum \frac{2^n+5}{3^n}\right)_{n\in\mathbb{N}_0}$ auf Konvergenz und bestimme gegebenenfalls den Grenzwert. (3P)

(c) Bestimme die Menge aller komplexen $x \in \mathbb{C}$, für die die Reihe $\left(\sum \frac{(2x)^n}{n\sqrt{n}}\right)_{n\in\mathbb{N}}$ konvergiert. (4P)

Vorname/Nachname:
Matrikelnummer:
Nummer des Tutoriums:

Analysis I/WS 2004/05
Ghazaleh Arghanoun
Martin Schmidt

2. Aufgabe der Vordiplomklausur Analysis I am 24.3.2005

Es werden alle vier Aufgaben gewertet!

Berechne die folgenden Grenzwerte:

(a) $\lim_{x\to 0} \frac{\cosh x - 1}{1 - \cos x}$ (dabei ist $\cosh(x) = \frac{e^x + e^{-x}}{2}$). (3P)

(b) $\lim_{x\to 0+} (\cot x)^{\frac{1}{\ln x}}$. (4P)

(c) $\lim_{x\to 0} (1 - \cos(x^2))x^{-4}$. (3P)

Vorname/Nachname:
Matrikelnummer:
Nummer des Tutoriums:

Analysis I/WS 2004/05
Ghazaleh Arghanoun
Martin Schmidt

3. Aufgabe der Vordiplomklausur Analysis I am 24.3.2005

Es werden alle vier Aufgaben gewertet!

Gegeben sei die Funktion $f : (-4, 4) \to \mathbb{R}, \quad x \mapsto f(x) = |9 - x^2|$.

(a) Bestimme den Bereich der Differenzierbarkeit. Wie oft ist f dort differenrzierbar? (2P)

(b) Bestimme die maximalen Intervalle, auf denen f streng monoton wachsend ist, und auf denen f streng monoton fallend ist. Bestimme alle lokalen und globalen Maxima und Minima von f. Gebe zuletzt das Bild $f[X]$ von f an. (5P)

(c) Bestimme die maximalen Intervalle, auf denen f streng konvex ist, und auf denen f streng konkav ist. (3P)

Vorname/Nachname:
Matrikelnummer:
Nummer des Tutoriums:

Analysis I/WS 2004/05
Ghazaleh Arghanoun
Martin Schmidt

4. Aufgabe der Vordiplomklausur Analysis I am 24.3.2005

Es werden alle vier Aufgaben gewertet!

Sei $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ differenzierbar auf $\mathbb{R}$, und für alle $x \in \mathbb{R}$ gelte $2 \leq f'(x)$.

(a) Zeige, dass dann folgendes gilt:
$f(x) \leq 2x + f(0)$ für alle $x \leq 0$, $\quad 2x + f(0) \leq f(x)$ für alle $x \geq 0$. (3P)

(b) Zeige dass die Funktion f bijektiv ist, und dass die Umkehrabbildung f^{-1} stetig ist. (3P)

(c) Zeige, dass die Abbildung $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}, \quad x \mapsto f(x)$ genau einen Fixpunkt hat, und gebe eine Folge an, die gegen den Fixpunkt konvergiert. (Hinweis: die Fixpunkte von f stimmen mit den Fixpunkten von der Umkehrabbildung überein). (4P)