Vorname/Nachname:
Matrikelnummer:
Nummer des Tutoriums:

Analysis I/WS 2004/05
Ghazaleh Arghanoun
Martin Schmidt

1. Aufgabe der Nachklausur Analysis I am 30.4.2005

Es werden die vier Aufgaben mit den meisten Punkten gewertet!

(a) Untersuche die Folge $\left(1 + (-1)^n \left(\frac{n-3}{3n^2}\right)\right)_{n\in\mathbb{N}}$ auf Konvergenz und bestimme gegebenenfalls den Grenzwert. (1P)

(b) Untersuche die Reihe $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{2\sqrt{n} + (-1)^n n}{n^2}$ auf Konvergenz. (1P)

(c) Bestimme die Menge aller Zahlen $z \in \mathbb{R}$, für die die Reihe $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{3^n z^n}{n4^n}$ konvergiert. (2P)

Vorname/Nachname:
Matrikelnummer:
Nummer des Tutoriums:

Analysis I/WS 2004/05
Ghazaleh Arghanoun
Martin Schmidt

2. Aufgabe der Nachklausur Analysis I am 30.4.2005

Es werden die vier Aufgaben mit den meisten Punkten gewertet!

(a) Sei $f : \mathbb{R} \longrightarrow \mathbb{R}$ definiert durch $f(x) = x|x|$. Berechne ggf. f' und f'' und bestimme ihre Definitionsbereiche. (2P)

(b) Berechne die folgenden Grenzwerte:

(i) $\lim\limits_{x\to 0} \dfrac{x - \sin x}{x^3}$. (1P)

(ii) $\lim\limits_{x\to 0} \exp\left(-\dfrac{(x+3)^2}{2\sin^2 x}\right)$. (1P)

Vorname/Nachname: Analysis I/WS 2004/05
Matrikelnummer: Ghazaleh Arghanoun
Nummer des Tutoriums: Martin Schmidt

3. Aufgabe der Nachklausur Analysis I am 30.4.2005

Es werden die vier Aufgaben mit den meisten Punkten gewertet! !

Gegeben sei die reelle Funktion $f : x \longmapsto \frac{x^3}{3} - \frac{\ln x^2}{2}$.

(a) Bestimme den maximalen Definitionsbereich von f. Wie oft ist f dort differenzierbar? (1P)

(b) Untersuche f auf lokale und globale Maxima und Minima. (1P)

(c) Bestimme die maximalen Intervalle, auf denen f streng konvex bzw. streng konkav ist. (1P)

(d) Skizziere anhand dieser Ergebnisse den Funktionsverlauf. (1P)

Vorname/Nachname:
Matrikelnummer:
Nummer des Tutoriums:

Analysis I/WS 2004/05
Ghazaleh Arghanoun
Martin Schmidt

4. Aufgabe der Nachklausur Analysis I am 30.4.2005

Es werden die vier Aufgaben mit den meisten Punkten gewertet!

Sei $f : [0, \infty) \to \mathbb{R}$ eine Funktion, die auf $[0, \infty)$ stetig und auf $(0, \infty)$ differenzierbar ist, so dass $f(0) = 0$, und f' monoton wachsend ist.

(a) Zeige, dass $g(x) = \frac{f(x)}{x}$ auf $(0, \infty)$ monoton wachsend ist. (Hinweis: Benutze den Mittelwertsatz für f). (3P)

(b) Sei $f(x) = x \arctan x - \frac{1}{2} \ln(1 + x^2)$. Zeige, dass die Funktion $g(x) = \frac{f(x)}{x}$ auf $(0, \infty)$ monoton wachsend ist. (1P)

Vorname/Nachname:
Matrikelnummer:
Nummer des Tutoriums:

Analysis I/WS 2004/05
Ghazaleh Arghanoun
Martin Schmidt

5. Aufgabe der Nachklausur Analysis I am 30.4.2005

Es werden die vier Aufgaben mit den meisten Punkten gewertet!

Sind die folgenden Behauptungen richtig?

(a) Sei $f : \mathbb{R} \longrightarrow \mathbb{R}$ eine stetige Funktion. Dann ist das Bild $f[(0, 1)]$ eine offene Teilmenge von $\mathbb{R}$.

JA☐ NEIN☐

(1P)

(b) Sei $A = \bigcap_{n=1}^{\infty} [-\frac{1}{n}, \frac{1}{n}]$. Dann ist A eine abzählbare Menge.

JA☐ NEIN☐

(1P)

(c) Jedes komplexe Polynom vom Grad n hat genau n reelle Nullstellen.

JA☐ NEIN☐

(1P)

(d) Jede Lipschitz-stetige Abbildung $f : [0, 2] \longrightarrow \mathbb{R}$ ist auch gleichmäßig stetig auf $[0, 2]$.

JA☐ NEIN☐

(1P)