Analysis I/WS 2004/05
Ghazaleh Arghanoun
Martin Schmidt

Übungsblatt 1

1. Man entscheide ob folgende Aussagen richtig sind und beweise sie entweder oder gebe ein Gegenbeispiel an:
   (a) $A \setminus (A \setminus B) = B$. (1P)
   (b) $A \setminus (B \setminus A) = B$. (1P)
   (c) Wenn $A \subset C$ und $B \subset D$, dann $A \times B \subset (C \times D)$. (1P)

2. (a) Sei $f : X \to Y, x \mapsto f(x)$ eine Abbildung. Zeige, dass
   $$R_f = \{(x, x') \in X \times X \mid f(x) = f(x')\}$$
   eine Äquivalenzrelation beschreibt. (1P)
   (b) Zeige, dass es genau eine injektive Abbildung von der Menge der Äquivalenzklassen der Äquivalenzrelation R_f nach Y gibt, so dass für jedes $x \in X$ die entsprechende Klasse $[x]$ auf $f(x)$ abgebildet wird. Diese Abbildung wollen wir mit $[f]$ bezeichnen. (1P)
   (c) Zeige, dass wenn f surjektive ist, die Abbildung $[f]$ bijektiv ist.(1P)
   (d) Zeige, dass es für jede Äquivalenzrelation $R \subset X \times X$ auf X eine surjektive Abbildung f von X in die Menge der Äquivalenzklasssen von R gibt, so dass die Äquivalenzrelation R gleich R_f (siehe Teil (a)) ist. (1P)

3. Let $f : A \to B, a \mapsto f(a)$ be a map and let B_1 and B_2 be subsets of B. Show that the following statements are true:
   (a) $f^{-1}[B_1 \cup B_2] = f^{-1}[B_1] \cup f^{-1}[B_2]$. (1P)
   (b) $f^{-1}[B_1 \cap B_2] = f^{-1}[B_1] \cap f^{-1}[B_2]$. (1P)
   (c) $f^{-1}[B_1 \setminus B_2] = f^{-1}[B_1] \setminus f^{-1}[B_2]$. (1P)

   (You may formulate your solution in German or English.)

4. Man zeige, dass in jedem Körper folgendes gilt. Benutze dabei nur die in der Vorlesung bewiesenen Aussagen:
   (a) $-0 = 0$. (1P)
   (b) Wenn $x \neq 0$, dann $\frac{x}{x} = 1$. (1P)
   (c) Wenn $y \neq 0$, dann $\frac{ax}{y} = a\left(\frac{x}{y}\right)$. (1P)
   (d) Wenn $y \neq 0$, $z \neq 0$ und $w \neq 0$, dann $\frac{\frac{x}{y}}{\frac{w}{z}} = \frac{xz}{yw}$. (1P)

Abgabe bis zum Freitag, den 29. Oktober um 12:00 Uhr in A5